УДК 621.372 **DOI: 10.18413/2518-1092-2018-3-2-0-7**

Коваленко В.А.[1]
Коваленко А.Н.[2]

О ПРИМЕНЕНИИ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА В ЗАДАЧАХ ОБРАБОТКИ ЭМПИРИЧЕСКИХ ДАННЫХ

[1] ООО «Технологии надежности», ул. Королёва, д. 2А, г. Белгород, 308000, Россия
[2] Белгородский государственный национальный исследовательский университет, ул. Победа, д. 85, г. Белгород, 308015, Россия

e-mail: 578516@bsu.edu.ru

Аннотация
В статье приведен анализ основных методов спектрального анализа как инструмента обработки эмпирических данных. Приведены теоретические основы преобразования Фурье и вейвлет-преобразования (в непрерывной и дискретной формах), описаны преимущества и недостатки данных преобразований. Также приведен краткий анализ применения одномерного преобразования Фурье и кросс-спектрального анализа для обработки временных рядов, отмечены области предпочтительного применения рассмотренных подходов анализа данных. Рассмотрены основные области применения спектрального анализа, более подробно рассмотрены области применения вейвлет-преобразования в медицине и физике. Рассмотренные преобразования широко используются на текущем этапе развития науки и техники, и имеют перспективы применения в различных областях. Показано, что спектральный анализ является эффективным инструментом анализа эмпирических данных.
Ключевые слова: спектральный анализ; вейвлет-анализ; преобразование Фурье; эмпирические данные.

UDC 621.372

Kovalenko V.A.[1]
Kovalenko A.N.[2]

ON THE APPLICATION OF SPECTRAL ANALYSIS IN PROBLEMS OF PROCESSING OF EMPIRICAL DATA

[1] LLC "Reliability Technologies", 2A Koroleva, Belgorod, 308000, Russia
[2] Belgorod State National Research University, 85 Pobeda, Belgorod, 308015, Russia

e-mail: 578516@bsu.edu.ru

Abstract
The article analyzes the main methods of spectral analysis as a tool for empirical data processing. The theoretical foundations of the Fourier transform and wavelet transform (in continuous and discrete forms) are presented, advantages and disadvantages of these transformations are described. A brief analysis of the application of a one-dimensional Fourier transform and cross-spectral analysis for the processing of time series is also given, areas of the preferred application of the considered data analysis approaches are noted. The main fields of application of spectral analysis are considered, the areas of wavelet transform application in medicine and physics are considered in more detail. The considered transformations are widely used at the current stage of science and technology development, and they have prospects for application in various fields. It is shown that spectral analysis is an effective tool for empirical data analyzing.
Keywords: spectral analysis; wavelet analysis; Fourier transform; empirical data.

ВВЕДЕНИЕ

Термин «спектральный анализа в настоящее время имеет расширенный характер и основывается на совокупности методов качественного и количественного определения состава объекта. Первоначально под спектральным анализом было принято понимать способ определения состава объекта по его спектру. В силу чувствительности метода и быстроты получения результатов он в настоящее время широко применяется в различных сфера обработки эмпирических данных наборов данных, которые были получены в результате наблюдения или эксперимента.

Использование принципов спектрального анализа легло в основу метода анализа данных в частотной области. Исследование свойств эмпирических наборов данных в частотной области называют частотным анализом или гармоническим анализом, осуществляемым в большинстве случаев, на основе преобразования Фурье или вейвлет-анализа.

Спектральный анализ представляет собой метод обработки эмпирических данных, характеризующий частотный состав измеряемого потока данных. Преобразование Фурье выступает математической основой, которая связывает временной набор данных с его представлением в частотной области. Важное место в спектральном анализе занимают методы статистики, так как реальные сигналы могут иметь случайный характер или быть зашумлены при распространении или измерении [1].

Частотное представление функции $f(t)$, определенной на интервале $(-\infty;\infty)$, можно описать следующим образом,

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \tag{1}$$

где $\tilde{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt$ является гармонической составляющей первоначальной функции $f(t)$, называется прямым преобразованием Фурье функции $f(t)$.

Состояние (1) имеет место лишь в случае абсолютной интегрируемости $f(t)$, т.е. если существует интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)| dt$ и $f(t)$ имеет «ограниченную вариацию» (т.е. не может меть бесконечного числа максимумов и минимумов) для каждого конечного интервала. Существует множество разновидностей этого преобразования [2].

Для построения расчетов и выполнения цифровой обработки наборов эмпирических данных необходимо обладать функциями, которые определены на дискретном множестве точек, периодическом или ограниченном. В этом случае используется дискретное преобразование Фурье, которое представляет функцию (x_k) в виде суммы синусоид и косинусоид,

$$x_k = \frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} f_j e^{2\pi i j k / n} \qquad k=0, \dots n-1 \tag{2}$$

где f_j – амплитуды Фурье [3].

Можно выделить ряд недостатков, относящихся к преобразованию Фурье:

1. Преобразование Фурье дает возможность точно определить и характеризовать содержание каждой частоты в наборе данных, но определить во временных рамках момент возникновении и окончания этой частоты не представляется возможным.

2. Затруднен анализ нестационарных потоков, в силу появления шумов, которые обусловлены моментами разрывов или скачков.

3. В преобразовании Фурье отсутствует возможность анализировать частотные характеристики наборов данных в произвольный момент времени.

4. Невозможно обеспечить бесконечно большое число членов ряда для отображения перепадов потоков данных с бесконечной крутизной при построении гармонических базисных функций.

5. При быстрых временных изменениях спектрального состава эмпирических данных отсутствует представление о локальных свойствах набора данных.

6. При анализе данных, которые были получены в результате Фурье-разложения для целей диагностирования, могут возникнуть определенные сложности, для решения которых может потребоваться привлечение опытного специалиста – диагноста.

Перечисленных недостатков лишено вейвлет-преобразование. Оно является более эффективным инструментом, чем преобразование Фурье: есть возможность разложения набора данных в виде компактных базисных функций не только в разрезе частот, но и при сдвигах во времени. Появляется возможность локализовать временные особенности данных, повышается информативность. Термин «вейвлет» в переводе с английского означает маленькая, короткая волна. Вейвлеты – это общее название группы математических функций определенной формы, которые локально определены во времени и по частоте. Множество функций получается из основной базовой функции с помощью сдвигов и растяжений по оси времени [4].

Вейвлет-преобразование является методом, который разбивает данные, функции или операторы на составляющие с разными частотами. Потом каждая из частот изучается и прорабатывается с разрешением, соответствующим выбранному масштабу. Вейвлет-преобразование одномерного набора данных можно представить в виде его разложении по базису, сконструированному из анализирующей функции с помощью масштабирования и переноса. Элементом базиса вейвлет-преобразования является хорошо локализованная функция, быстро спадающая к нулю за пределами небольшого интервала [5].

Прямое вейвлет-преобразование функции $f(x)$ имеет вид

$$W_\psi(a,b)f = |a|^{-1/2}\int dtf(t)\psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \tag{3}$$

Здесь параметры сдвига и сжатия *a, b* непрерывно меняются вдоль *R*, с ограничением $a \neq 0$.

Концепция непрерывного вейвлет-преобразования обладает некоторыми недостатками. Параметры *a и b* в формуле (3) меняются непрерывно, что может привести к избыточному представлению спектра сигнала. Как следствие, сравнительно невысокая скорости выполнения преобразования, требующего вычисления интегралов для каждого из значений параметров *a и b*. Следовательно, наиболее употребительными при вычислительных работах с реальными данными являются дискретные вейвлет-преобразования (ДВП) [6].

Формула для дискретного вейвлет-преобразования получается из формулы (3) в предположении, что *a, b* принимают только дискретные значения: $a = a_0^m$, $b = nb_0a_0^m$, *m, n* пробегают значения из *Z*, величины $a_0 > 1$, $b_0 > 0$, – фиксированные.

$$W_\psi^{m,n}(f) = |a_0|^{-m/2}\int dtf(t)\psi\left(a_0^{-m}t - nb_0\right) \tag{4}$$

Разные значения *m* соответствуют разной ширине вейвлетов, поэтому узкие (высокие частоты) вейвлеты сдвигаются малыми шагами, чтобы покрыть весь временной спектр, в то время как более широкие (низкие частоты) вейвлеты сдвигаются большими шагами [6].

На основе различных преобразований широкое распространение получил также метод анализа временных рядов на основе кросс-спектрального анализа или анализа взаимных спектров.

Спектральный анализ основан на построении периодических моделей данных. Целью этого метода является разложение комплексных временных рядов с циклическими компонентами на несколько основных синусоидальных функций с определенной длиной волн. Спектральный анализ хорошо подходит для распознавания существенных периодические компонентов: в исследуемых временных рядах позволяет выделить определенные повторяющиеся циклы различной длинны. Главное отличие спектрального анализа от экспоненциального сглаживания, при использовании которого длина сезонных компонент известна или предполагается, проявляется в возможности распознать сезонные колебания различной длины.

Для моделирования сезонных и циклических колебаний больше всего подходит применение одномерных рядов Фурье. Сезонная компонента временного ряда может быть разложена в ряд

Фурье. Ряды Фурье представляют собой разновидность спектрального анализа. С помощь использования спектрального анализа в структуре временного ряда можно определить пик отклонений от тренда и рассчитать длительность периодической компоненты ряда.

Метод быстрого преобразования Фурье применяют при анализе рядов большой размерности, так как применение данного метода позволяет сократить время выполнения спектрального анализа ряда, а также задач быстрого поиска, быстрого матричного умножения.

Кросс-спектральный анализ является развитым продолжением одномерного анализ Фурье и позволяет анализировать одновременно два ряда. Кросс-спектр определяется для пары стационарных временных рядов и характеризует их взаимодействие на различных частотах.

Вейвлет-преобразования обладают всеми достоинствами преобразований Фурье, кроме того у них есть ряд своих преимуществ:

– Вейвлетные базисы удобнее локализовывать во времени и по частоте;

– Можно рассматривать только те масштабные уровни разложения, которые представляют интерес;

– Среди эмпирических данных локализованных разномасштабных процессов можно выделить определенные масштабные уровни разложения;

– Базисные вейвлеты можно реализовать с помощью функций различной гладкости.

Единственным недостатком является сложность преобразования.

На рисунке 1 представлены области применения спектрального анализа. Далее предметно поясним как именно спектральный анализ применяется в различных областях регистрации эмпирических данных.

Рис. 1. Области применения спектрального анализа
Fig. 1. Areas of application of spectral analysis

В астрофизике спектральный анализ особенно полезен при определении состава атмосферы планеты, позволяет не только установить химический состав соответствующих объектов, но и сопутствующие эмпирические данные: температуру, размер, скорость вращения вокруг оси и особенности движения вокруг общего центра тяжести. В металлургии и машиностроении спектральный анализ выступает в качестве основного инструмента контроля объемов содержания примесей в сырье или в готовой продукции. В геоэкологии спектральный анализ позволяет вести мониторинг изменения показателей, например, гидроэкологического состояния водных объектов [7]. В геологоразведке спектральный анализ стал неотъемлемым инструментом поиска полезных ископаемых, а также быстрого анализа горных пород и сейсмического анализа местности. В археологии спектральный анализ помогает значительно быстрее определить, из каких веществ изготовлена та или иная находка, иногда даже когда именно она сделана.

Вейвлет-преобразование широко используется в целях анализа и прогнозирования климатических факторов. Также можно выделить ещё две укрупненных области применения: медицина и физика (далее рисунок 2 и рисунок3 соответственно).

Рис. 2. Применение вейвлет-преобразования в медицине
Fig. 2. Application of wavelet transform in medicine

На рисунке 2 графически представлены основные направления в медицине, в которых активно и успешно применяется вейвлет-преобразование. Применение вейвлет-преобразования для анализа эмпирических показателей пульса помогает представить результаты анализа графически, участвует в построении медицинского изображения, что в свою очередь помогает наглядно обозначить значимые для диагностирования признаки. Вейвлет-преобазование часто используется при работе с количественными показателями ЭКГ, позволяет провести фильтрацию показателей, отделить шумы, и даже вынести предположение о постановке диагноза, например, выявить нерегулярные сердечные сокращения. Применение вейвлет-преобразования к анализу эмпирических данных кровяного давления помогает проследить динамику, что также может служить важным показателем при постановке диагноза. Вейвлет-преобразование в элетрогастроэнтерографии применяется для построения и отображения зависимостей амплитуды гастросигнала от времени и частоты. Стоить отметить, что вейвлет-преобразование часто применяется при обработке медицинских показателей с целью преобразования в изображение, например, в цифровой мамографии. При исследовании белков вейвлет-преобразование позволяет установить зависимости в последовательностях нуклеотидов, что напрямую связано не только с анализом белков, но с анализом цепочки ДНК [8,9].

Рис. 3. Применение вейвлет-преобразования в физике
Fig. 3. Application of wavelet transform in physics

На рисунке 3 графически отображены основные направления в физике, для которых вейвлет-преобразование является неотъемлемой частью анализа и прогнозирования. Вейвлет-преобразование в оптике применяется для работы с данными об оптических спектрах. Вейвлет-преобразования успешно используются для цифровой обработки эмпирических данных сейсмической геофизики в качестве инструмента фильтрации различных компонент, например, для распознавания на фоне шума близких по частотным характеристикам сигналов или наоборот для отделения паразитных компонент от общего потока эмпирических данных. Обработка изображений, сигналов и распознавание речи представляют собой самый обширный класс применения вейвлет-преобразования. Преобразование в данном случае участвует не только в привычном понимании обработки. Далее его результаты помогают «научить» технические и интеллектуальные системы распознавать обработанное ранее изображение или речь. Для построения модели квантовой молекулярной динамики процесса вейвлет-преобразование применяют следующим образом: в качестве анализируемого ряда используют эмпирические данные, которые описывали распад ядер тяжелых ионов в одномерном фазовом пространстве. [10]

Таким образом, полагаю, что спектральный анализ является распространенным инструментом анализа свойств наборов эмпирических данных. Многогранность его применения обусловлена отсутствием ограничения выбора между качественными и количественными показателями. Еще одним преимуществом спектрального анализа является возможность двумерного представления одномерного потока данных. В таком случае понятие частота и время рассматривают как независимые переменные. Также преимуществом спектрального анализа является минимальное количество необходимого набора данных для проведения анализа в сравнении с другими методами. Спектральный анализ также представляет собой эффективный инструмент фильтрации, выявления шумов, поэтому часто используется на начальных этапах исследований.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-07-00451.

Список литературы

1. Малоземов В.Н., Машарский С.М. Основы дискретного гармонического анализа. СПб.: НИИММ, 2003. 288 с.
2. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельников Г.М. Численные методы – 4-е изд. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. 636 с.
3. Кристалинский Р.Е., Кристалинский В.Р. Преобразования Фурье и Лапласа в системах компьютерной математики М.: Горячая Линия – Телеком, 2012, 216 с.
4. Оценка эффективности различных методов анализа временных диагностических сигналов / Круглова Т.Н., Шурыгин Д.Н., Литвин Д.А., Тарковалин С.А., Власов С.А., Рыженков С.И., Арцебашев В.В. // Современные наукоемкие технологии. 2016. № 8 (часть 2). С. 237-241.
5. Новиков Л.В. Основы вейвлет-анализа сигналов. Учебное пособие. СПб.: Изд-во ООО "МОДУС+", 1999. 152 с.
6. Дьяконов В.П. Вейвлеты. От теории к практике. М.: СОЛОН-Р, 2002. 448 с.
7. Черноморец А.А., Болгова Е. В., М.А. Петина М.А. О математических моделях анализа состояния подземных вод горнодобывающего узла // Современные тенденции развития науки и производства: сборник материалов Международной научно-практической конференции (21-22 января 2016 года). Том II. – Кемерово: ЗапСибНЦ, 2016. – С. 275-278.
8. Добеши И. Десятки лекций по вейвлетам. М.: Регулярная и хаотическая динамика, 2001. 364с
9. Успехи и перспективы применения вейвлетных преобразований для анализа нестационарных нелинейных данных в современной геофизике / Филатова А.Е., Артемьев А.Е., Короновский А.А., Павлов А.Н., Храмов А.Е. // Известия высших учебных заведений. 2010. №3 (т.18). С. 3-23.
10. Дейнеко Ж.В. Вейвлет-когерентность как инструмент визуализации сложных физических процессов // URL: https://www.researchgate.net/profile/Zhanna_Deineko/publication/316987269_VEJVLET-KOGERENTNOST_KAK_INSTRUMENT_VIZUALIZACII_SLOZNYH_FIZICESKIH_PROCESSOV/links/591be2420f7e9b7727d8b0c0/VEJVLET-KOGERENTNOST-KAK-INSTRUMENT-VIZUALIZACII-SLOZNYH-FIZICESKIH-PROCESSOV.pdf (дата обращения: 19.04.2018)

References

1. Malozemov V.N., Masharskii S.M. Foundations of Discrete Harmonic Analysis. St. Petersburg: NIIMM, 2003. 288 p.
2. Bakhvalov N.S. Zhidkov N.P., Kobelnikov G.M. Numerical methods – 4 th ed. – M.: BINOMIAL. Laboratory of Knowledge, 2006. 636 pp.
3. Kristalinsky R.E., Kristalinsky V.R. Fourier and Laplace Transformations in Computer Mathematics Systems M.: Hot Line – Telecom, 2012, 216 p.
4. Evaluation of the effectiveness of various methods for analyzing temporal diagnostic signals / Kruglova T.N., Shurygin D.N., Litvin D.A., Tarkovalin S.A., Vlasov S.A., Ryzhenkov S.I., Artsebashev V.V. // Modern high technology. 2016. No. 8 (part 2). P. 237-241.
5. Novikov L.V. Fundamentals of wavelet-analysis of signals. Tutorial. SPb.: Publishing house of "MODUS +" Ltd., 1999. 152 p.
6. Dyakonov V.P. Wavelets. From theory to practice. M.: SOLON-R, 2002. 448 p.
7. Chernomorets A.A., Bolgova E.V., Petina M.A. On mathematical models of the analysis of the state of underground waters of the mining node // Current trends in the development of science and production: a collection of materials of the International Scientific and Practical Conference (January 21-22, 2016). Volume II. – Kemerovo: ZapSibNTS, 2016. – P. 275-278.
8. Dobesi I. Dozens of lectures on wavelets. M: Regular and chaotic dynamics, 2001. 364 p.
9. Successes and perspectives of application of wavelet transformations for the analysis of non-stationary nonlinear data in modern geophysics / Filatova A.E., Artemiev A.E., Koronovskii A.A., Pavlov A.N., Hramov A.E. // News of higher educational institutions. 2010. № 3 (volume 18). P. 3-23.
10. Deineko Zh.V. Wavelet-coherence as a tool for visualization of complex physical processes // URL: https://www.researchgate.net/profile/Zhanna_Deineko/publication/316987269_VEJVLET-KOGERENTNOST_KAK_INSTRUMENT_VIZUALIZACII_SLOZNYH_FIZICESKIH_PROCESSOV/links/591be2420f7e9b7727d8b0c0/VEJVLET-KOGERENTNOST-KAK-INSTRUMENT-VIZUALIZACII-SLOZNYH-FIZICESKIH-PROCESSOV.pdf (date of circulation: April 19, 2018)

Коваленко Валентина Анатольевна, ведущий специалист по тестированию ООО «Технологии надежности»
Коваленко Анастасия Николаевна, старший преподаватель кафедры прикладной информатики и информационных технологий

Kovalenko Valentina Anatolievna, Leading Testing Specialist, Reliability Technologies
Kovalenko Anastasia Nikolaevna, senior lecturer of the Department of Applied Informatics and Information Technologies